

УДК 519.86; 519.87; 122/129

## Математические модели диалектики виртуального мира

**О. Г. Пенский**

Пермский государственный национальный исследовательский университет

Россия, 614990, г. Пермь, ул. Букирева, 15

Пермский государственный аграрно-технологический университет им. академика Д.Н. Прянишникова

Россия, 614990, г. Пермь, ул. Петропавловская, 23

ogpensky@mail.ru; 8-342-239-63-09

Предложены математические модели, описывающие диалектическое движение, законы диалектики Гегеля – перехода количества в качество, единства и борьбы противоположностей, отрицания отрицания. Приведен пример применения моделей для описания диалектики одной из задач классической механики. Описаны свойства управлений диалектическими противоположностями.

**Ключевые слова:** математическое моделирование; диалектика; Гегель; классическая механика; цифровые двойники; виртуальный мир.

DOI: 10.17072/1993-0550-2019-2-27-35

### Введение

В настоящее время реализованы первые попытки описания с помощью математических моделей психологических аналогов человека, так называемых цифровых двойников или роботов с неабсолютной памятью [1].

Современные философы по-разному относятся к законам диалектики Гегеля: от полного их признания до полного отрицания [2, 3]. Поэтому, чтобы не вдаваться в философские дискуссии, мы попытаемся на основе работы [4] построить общие математические модели этих законов для некоего виртуального мира, предполагая, что диалектика этого мира основана на гегелевских положениях и что в этом мире, в числе прочего, существуют цифровые двойники.

### Модели диалектики движения

Будем предполагать, что движение описывается вектором  $\vec{X}(t)$  функций  $x_1(t), \dots, x_n(t)$ , т.е.  $\vec{X}(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))$ ,

причем справедливо соотношение

$$\sum_{i=1}^n x_i^2(t) \neq 0, \text{ где } t - \text{ время.}$$

Пусть направление развития процесса (вектор цели) задает вектор  $\vec{A}$ , где

$$\vec{A} = (a_1, \dots, a_n), a_i = \text{const}, a_i \neq 0, i = \overline{1, n}.$$

Согласно закону единства и борьбы противоположностей Гегеля [2], можно заключить, что движение происходит в ходе борьбы противоположностей, поэтому среди компонент вектора  $\vec{A}$  существуют такие компоненты, что выполняется условие

$$\exists i, \exists j : a_i a_j < 0, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}.$$

Отметим, что также должно быть справедливым соотношение  $\sum_{i=1}^n a_i = 0$ , которое говорит о единстве противоположностей.

Очевидно, что компоненты вектора  $\vec{A}$  являются своеобразными весовыми коэффициентами, определяющими значимость каждой противоположности в общем развивающемся процессе. Чем больше модуль компоненты,

тем выше значимость противоположности. Если расположить элементы вектора в неубывающем порядке, то легко видеть, что для весовых коэффициентов должны выполняться

$$\sum_{i=1}^{n_1} a_i = -1 \text{ для } a_i < 0 \text{ и } \sum_{i=n_1+1}^n a_i = 1$$

для  $a_i < 0$ , где  $n_1$  – количество отрицательных компонент вектора  $\vec{A}$ ,  $n - n_1$  – количество положительных компонент вектора  $\vec{A}$ ,  $n_1 \geq 1, n > n_1$ .

Следует отметить, что согласно свойствам векторов все компоненты векторов  $\vec{X}(t)$  и  $\vec{A}$  должны измеряться в одинаковых единицах измерения и иметь одинаковый "физический" смысл.

В работах [5, 6] предложен способ, позволяющий численно оценивать величину достижения цели в ходе воспитательного процесса. Способ, предложенный в этих работах, также позволяет вычислять угол отклонения от цели воспитательного процесса.

В аспекте моделирования диалектики движения мы, модифицируя способ, будем предполагать, что цель процесса развития определяется вектором  $\vec{A}$  направления этого развития.

Тогда, не нарушая общности, можно заключить, что успешность развития процесса определяется математической зависимостью  $F(t)$ , являющейся отношением проекции вектора  $\vec{X}(t)$  на вектор  $\vec{A}$  к длине вектора  $\vec{A}$ .

Таким образом, на основе правил векторной алгебры [7] становится справедлива формула

$$F(t) = \frac{\sum_{i=1}^n a_i x_i(t)}{\sum_{i=1}^n a_i^2}. \quad (1)$$

Будем считать, что процесс развивается успешно на интервале времени  $(t_0, T)$  в направлении, заданном вектором  $\vec{A}$ , если на этом интервале  $F(t)$  является монотонно возрастающей функцией.

В предположении дифференцируемости функций  $x_i(t), i = \overline{1, n}$  при  $t \in (t_0, T)$ , применяя теоремы математического анализа, описывающие свойства монотонных дифференцируемых функций [8], успешность, неуспешность или застой процесса развития можно отобразить следующей таблицей.

Условия протекания процесса

Выполнения условия	Развитие процесса
$\sum_{i=1}^n a_i \frac{dx_i(t)}{dt} > 0$	Развитие процесса идет в заданном вектором $\vec{A}$ направлении
$\sum_{i=1}^n a_i \frac{dx_i(t)}{dt} \equiv 0$	Развитие процесса характеризуется застоём
$\sum_{i=1}^n a_i \frac{dx_i(t)}{dt} < 0$	Развитие процесса идет в противоположном вектору $\vec{A}$ направлении

На основе работ [4, 7] и свойств скалярного произведения векторов [7] угол отклонения  $\Psi(t)$  процесса, характеризуемым вектором  $\vec{X}(t)$ , от направления движения  $\vec{A}$  определяется функцией цикличности

$$z(t) = \cos(\Psi(t)),$$

задаваемой соотношением

$$z(t) = \frac{\sum_{i=1}^n a_i x_i(t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2(t)}}. \quad (2)$$

Принимая гегелевское положение закона отрицания отрицания о цикличности развития процессов, можно заключить, что функция  $z(t)$  определяет и описывает эту цикличность и борьбу противоположностей друг с другом.

Отметим, что зависимости  $F(t)$  и  $z(t)$  являются безразмерными функциями.

Предполагая, что каждая из компонент  $x_i(t), i = \overline{1, n}$  является дифференцируемой функцией при  $t \in (t_0, T)$ , можно вычислить производную  $\frac{dz(t)}{dt}$ , значения которой определяют скорость циклов в законе отрицания отрицания. Легко показать, что эта производная удовлетворяет соотношению

$$\frac{dz(t)}{dt} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2}} \frac{\sum_{i=1}^n a_i \frac{dx_i(t)}{dt} \sum_{i=1}^n x_i^2(t) - \sum_{i=1}^n a_i x_i(t) \sum_{i=1}^n x_i(t) \frac{dx_i(t)}{dt}}{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2(t)\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Согласно Гегелю необходимым условием развития является цикличность, то есть, функция  $z(t) = \cos(\Psi(t))$  должна менять свои свойства: то становиться возрастающей, то убывающей, что эквивалентно свойству знакопеременности функции  $\frac{dz(t)}{dt}$ . Последнее уже накладывает ограничения на общие математические свойства противоположных друг другу процессов виртуального мира.

Так как согласно Гегелю для развития должны существовать как минимум два противоположных друг другу процесса, то количество компонент в векторах  $\bar{A}$  и  $\bar{X}(t)$  должно быть не меньше двух. Докажем это утверждение математически.

Согласно Гегелю для движения должна быть цикличность, то есть должна быть справедлива формула  $z(t) \neq const$  при  $t \in (t_0, T)$ .

Пусть только один процесс характеризует движение. В этом случае справедливо соотношение  $n = 1$ .

Подставляя значение  $n = 1$  в соотношение (2) после несложных алгебраических преобразований получим равенство  $z(t) = \cos \Psi(t) = 1 = const$ , то есть, функция цикличности не является знакопеременной.

Таким образом, мы доказали, что для описания процесса развития должно быть справедливо соотношение  $n \geq 2$ .

Покажем, что для движения противоположные друг другу процессы не должны быть полностью эквивалентными друг другу.

Докажем это методом "от противного" Пусть два противоположных процесса эквивалентны друг другу, то есть, обладают свойствами, определяемыми соотношениями

$$n = 2, A = (1, -1), x_1(t) \equiv x_2(t), t \in (t_0, T).$$

Легко видеть, что согласно соотношениям (1) и (2), в этом случае движения нет, так как справедливы равенства  $F(t) \equiv 0$  и  $z(t) \equiv 0$ . Полученное противоречие доказывает утверждение.

### Пример применения парной модели противоположностей

Рассмотрим пример практического применения приведенных выше положений на основе простой задачи классической механики.

Опишем динамику процесса вертикального подкидывания камня вверх с первоначальной скоростью  $v_0$  с поверхности земли без учета сопротивления воздуха его движению.

Будем считать, что в этом процессе действуют две противоположности: перемещение  $x_1(t)$ , направленное вертикально вверх, и перемещение  $x_2(t)$ , направленное вертикально вниз.

Для этих противоположностей вектор  $\bar{A}$  имеет вид  $\bar{A} = (1, -1)$ . Следовательно, развитие процесса  $F(t)$  согласно соотношению (1) описывается формулой

$$F(t) = \frac{x_1(t) - x_2(t)}{2}. \quad (3)$$

Нетрудно заметить, что противоположность  $x_1(t)$  определяется решением задачи Коши:

$$\frac{d^2 x_1(t)}{dt} = -g, \quad \frac{dx_1(t)}{dt} \Big|_{t=0} = v_0, \quad x_1(0) = 0. \quad (4)$$

Противоположность  $x_2(t)$  описывается задачей Коши:

$$\frac{d^2 x_2(t)}{dt} = g, \quad \frac{dx_2(t)}{dt} \Big|_{t=0} = 0, \quad x_2(0) = 0, \quad (5)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

В результате решения задач (4) и (5) получаем соотношения:

$$x_1(t) = -\frac{gt^2}{2} + v_0t, \quad x_2(t) = \frac{gt^2}{2}. \quad (6)$$

Согласно равенству (3) развитие процесса описывается равенством

$$F(t) = -\frac{gt^2}{2} + \frac{v_0}{2}t.$$

Функция цикличности  $z(t)$  удовлетворяет соотношению

$$z(t) = \frac{-gt + 2v_0}{2\sqrt{2}\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}}.$$

На рис. 1–3 приведены графики изменения каждой из противоположностей  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$ , график развития процесса  $F(t)$  и график функции цикличности  $z(t)$  соответственно при  $v_0 = 5 \frac{M}{c}$ , единицах измерения времени  $t$  в секундах (ось абсцисс на всех графиках), а  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  в метрах.

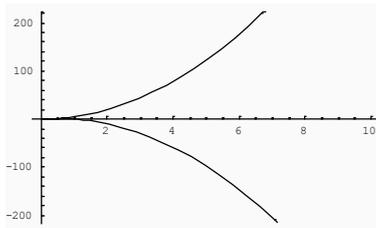


Рис. 1. Графики изменения противоположностей,  $x_1(t)$  – нижняя ветвь графика,  $x_2(t)$  – верхняя ветвь графика

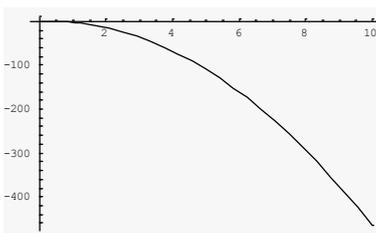


Рис. 2. График развития процесса

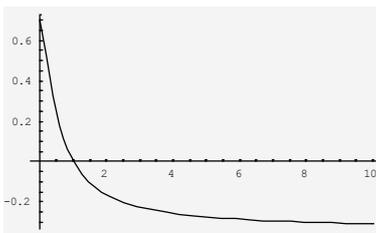


Рис. 3. График функции цикличности

Рис. 1 демонстрирует то, что с течением времени противоположности все больше и больше отличаются друг от друга.

Анализ графика, изображенного на рис. 2, показывает, что развитие рассматриваемого вида механического движения согласно формуле (3) идет в направлении противоположности  $x_1(t)$ .

График, изображенный на рис. 3, демонстрирует отсутствие цикличности этого движения.

### Алгоритм применения математических моделей диалектики

Исходя из написанного выше, можно предложить следующий алгоритм построения модели и анализа проявления законов диалектики движения для виртуального мира:

1. Определяются противоположные характеристики, входящие в описание процесса;
2. Определяется вектор  $\bar{A}$ , задающий направление развития процесса;
3. Записываются соотношения, определяющие численные значения противоположных характеристик  $x_i(t), i = \bar{1}, \bar{n}$ , участвующих в процессе;
4. Для диалектического анализа процесса используются соотношения (1) и (2);
5. При необходимости строятся графики противоположностей, развития процесса и функции цикличности.

### Модель управления противоположностями

Поставим следующую задачу: определить, возможно ли в процессе движения достичь заданную величину  $D$  развития процесса?

Очевидно, что согласно формуле (1), ответом на поставленный вопрос является существование решения уравнения

$$\frac{\sum_{i=1}^n a_i x_i(t)}{\sum_{i=1}^n a_i^2} = D. \quad (7)$$

Нетрудно заметить, что для двумерного случая с учетом формулы (3) соотношение (7) эквивалентно равенству

$$\frac{x_1(t) - x_2(t)}{2} = D.$$

Отметим, что формула (7), по сути, позволяет определить возможность достижения поставленной цели  $D$  в ходе диалектического движения.

Допустим, что в ходе движения мы вводим управления  $u_i(t)$ , корректирующие противоположности  $x_i(t)$ , где  $i = \overline{1, n}$ , таким образом, что новые противоположности принимают вид  $x_i(t) + u_i(t)$ .

Очевидно, что при введении управлений функция развития процесса примет вид

$$F(t) = \frac{\sum_{i=1}^n a_i [x_i(t) + u_i(t)]}{\sum_{i=1}^n a_i^2}.$$

При введении управлений задачу определения управлений, позволяющих достигнуть наибольшей величины цели, можно записать следующим образом:

найти

$$\max_{t, u_1(t), \dots, u_n(t)} \frac{\sum_{i=1}^n a_i [x_i(t) + u_i(t)]}{\sum_{i=1}^n a_i^2},$$

где  $\bar{U}(t) \in \Omega$ ,  $\bar{U}(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t))$ ,  $\Omega$  – множество всех допустимых управлений движением.

Пусть процесс движения находится в застое, то есть справедливо соотношение  $\sum_{i=1}^n a_i \frac{dx_i(t)}{dt} \equiv 0$ .

### Теорема

Если множество  $\Omega$  включает в себя все дифференцируемые функции, то управлением для любой одной противоположности можно изменить направление движения к цели, привести процесс к застою или вывести из застоя.

*Доказательство*

Пусть справедливы соотношения

$$\bar{U}(t) = (0, \dots, u_j(t), \dots, 0)$$

и

$$\sum_{i=1}^n a_i \frac{dx_i(t)}{dt} \equiv 0.$$

При введении управления в формулу развития получим цепочку равенств:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{j-1} a_i \frac{dx_i(t)}{dt} + a_j \frac{d(x_j(t) + u_j(t))}{dt} + \sum_{i=j+1}^n a_i \frac{dx_i(t)}{dt} = \\ & = \sum_{i=1}^{j-1} a_i \frac{dx_i(t)}{dt} + a_j \frac{dx_j(t)}{dt} + \\ & + \sum_{i=j+1}^n a_i \frac{dx_i(t)}{dt} + a_j \frac{du_j(t)}{dt} = a_j \frac{du_j(t)}{dt}. \end{aligned}$$

Таким образом, если во множестве управлений  $\Omega$  существует такое управление

$\bar{U}(t) = (0, \dots, u_j(t), \dots, 0)$ , что справедливо не-

равенство  $a_j \frac{du_j(t)}{dt} > 0$ , то движение можно

направить в сторону достижения цели развития, если существует такое управление

$\bar{U}(t) = (0, \dots, u_j(t), \dots, 0)$ , что справедливо

неравенство  $a_j \frac{du_j(t)}{dt} < 0$ , то – в противополо-

жное от цели развития направление. В обоих случаях введением управления одной противоположности можно вывести развитие из застоя.

Таким образом, *теорема доказана*.

Отметим, что если множество  $\Omega$  состоит из счетной и конечной совокупности управлений, то необходимые управления для вывода развития из застоя можно выбрать простым методом перебора.

Легко видеть, что при выполнении условия  $\sum_{i=1}^n a_i \frac{du_i(t)}{dt} > 0$  движение будет

направляться в сторону достижения цели развития, а при условии  $\sum_{i=1}^n a_i \frac{du_i(t)}{dt} < 0$  выход

из застоя будет направлен в противоположную сторону от заданной цели.

### Математическая модель кластерных противоположностей

Пусть  $x_j^i(t)$  – противоположности, участвующие в процессе движения, объединенные в кластеры,  $a_j^i$  – компоненты цели движения в кластере, где  $i$  – порядковый номер кластера,  $j$  – порядковый номер противоположности в кластере,  $i = \overline{1, k}$ ,  $j = \overline{1, m_i}$ ,

$k$  – количество кластеров,  $m_i$  – количество противоположностей в кластере  $i$ .

При введенных обозначениях развитие процесса в каждом кластере определяется формулой

$$F^i(t) = \frac{\sum_{j=1}^{m_i} a_j^i x_j^i(t)}{\sum_{j=1}^{m_i} (a_j^i)^2}. \quad (8)$$

Пусть вектор  $B = (b_1, \dots, b_k)$  определяет весовые коэффициенты влияния каждого из кластеров на движение в целом, причем, выполняются условия  $b_i \in (0,1)$ ,  $i = \overline{1, k}$ ,  $\sum_{i=1}^k b_i = 1$ .

Аналогично формуле (1) можно записать функцию кластерного развития  $\delta(t)$ :

$$\delta(t) = \frac{\sum_{i=1}^k b_i F^i(t)}{\sum_{i=1}^k b_i^2}. \quad (9)$$

Функция кластерной цикличности  $y(t)$  примет вид

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^k b_i F^i(t)}{\sqrt{\sum_{i=1}^k b_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^k [F_i(t)]^2}}. \quad (10)$$

С учетом равенств (1) и (8) формулы (9) и (10) примут вид

$$\delta(t) = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{b_i}{\sum_{j=1}^{m_i} (a_j^i)^2} \sum_{j=1}^{m_i} a_j^i x_j^i(t)}{\sum_{i=1}^k b_i^2}, \quad (11)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^k b_i \frac{\sum_{j=1}^{m_i} a_j^i x_j^i(t)}{\sum_{j=1}^{m_i} (a_j^i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^k b_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^k \left[ \frac{\sum_{j=1}^{m_i} a_j^i x_j^i(t)}{\sum_{j=1}^{m_i} (a_j^i)^2} \right]^2}}. \quad (12)$$

Аналогично свойству противоположностей, входящих в отдельный кластер, можно

сформулировать положение о том, что количество кластеров, участвующих в движении, четно.

С учетом управлений  $u_j^i(t)$  для каждой противоположности  $x_j^i(t)$ , входящей в кластеры, формулы (11) и (12) примут вид

$$\delta(t) = \frac{\sum_{i=1}^k \frac{b_i}{\sum_{j=1}^{m_i} (a_j^i)^2} \sum_{j=1}^{m_i} a_j^i [x_j^i(t) + u_j^i(t)]}{\sum_{i=1}^k b_i^2}, \quad (13)$$

$$y(t) = \frac{\sum_{i=1}^k b_i \frac{\sum_{j=1}^{m_i} a_j^i [x_j^i(t) + u_j^i(t)]}{\sum_{j=1}^{m_i} (a_j^i)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^k b_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^k \left[ \frac{\sum_{j=1}^{m_i} a_j^i [x_j^i(t) + u_j^i(t)]}{\sum_{j=1}^{m_i} (a_j^i)^2} \right]^2}}.$$

### Правило перехода количества в качество

Поставим задачу: по известным функциям противоположностей  $x_1(t), \dots, x_n(t)$  найти вектор цели движения

$$\bar{A} = (a_1, \dots, a_n), \quad a_i = const, \quad a_i \neq 0, \quad i = \overline{1, n}.$$

Эту задачу можно математически описать следующим образом:

$$\text{найти} \quad \min_{a_1, \dots, a_n} \sum_{i=1}^n \int_0^T [x_i(t) - a_i]^2 dt \quad (14)$$

при ограничениях:  $\sum_{i=1}^n a_i = 0$ ,

$\exists i, \exists j : a_i a_j < 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{i+1, n}$ ,  $T > 0$ , где  $T$  – время начала существования системы в новом качестве.

Легко видеть, что решение задачи (14) описывается формулами:

$$a_i = \frac{\int_0^T x_i(t) dt}{T}, \quad (15)$$

при условии

$$\sum_{i=1}^n \int_0^T x_i(t) dt = 0, \quad T > 0. \quad (16)$$

Примем в качестве гипотезы следующее утверждение:

– При переходе системы из одного качества в другое меняется вектор цели развития.

С учетом гипотезы и соотношения (15) и (16) сформулируем закон перехода количества в качество следующим правилом:

1. Так как система находится в настоящем качестве, то для нее описаны функции противоположностей  $x_1(t), \dots, x_n(t)$  и известен вектор  $\bar{A} = (a_1, \dots, a_n)$ ,  $a_i = const$ ,  $a_i \neq 0$ ,  $i = \bar{1}, \bar{n}$ .

2. С течением времени  $T$  процесса движения вычисляются компоненты  $s_i$  вектора цели по формуле

$$s_i = \frac{\int_0^T x_i(t) dt}{T}.$$

Элементы вектора  $S = (s_1, \dots, s_n)$  нормируются, исходя из условий  $\sum_{i=1}^{n_2} s_i = -1$  для  $s_i < 0$  – на отрезке  $[-1, 0]$ , и  $\sum_{i=n_2+1}^n s_i = 1$  для  $s_i > 0$  – на отрезке  $[0, 1]$ , где  $n_2$  – количество отрицательных компонентов в векторе  $S$ .

3. Если справедливо соотношение  $\sum_{i=1}^n (a_i - s_i)^2 \geq \varepsilon$ ,  $\varepsilon > 0$ , то считаем, что система перешла в новое качество, и необходимо заново определять векторы цели развития системы и функций противоположностей. Отметим, что число  $\varepsilon$  можно считать мерой перехода системы в новое качество. При этом время  $T$  будет определять время перехода системы в новое качество.

В качестве примера использования правила рассмотрим описанную выше задачу о диалектике механического движения бросания камня. Учитывая, что противоположности описываются соотношениями (6), можем записать условие перехода количества в качество цепочкой равенств:

$$\int_0^T x_1(t) dt + \int_0^T x_2(t) dt = -\frac{g}{6} T^3 + \frac{v_0}{2} T^2 + \frac{g}{6} T^3 = \frac{v_0}{2} T^2 = 0. \quad (17)$$

Последнее равенство в цепочке (17) позволяет записать соотношение:  $T = 0$ , которое противоречит условию (16), а, значит, переход в новое качество рассматриваемого механического движения в рамках поставленной задачи о динамике подбрасывания камня вверх невозможен.

Отметим, что при кластерных противоположностях переход количества в качество осуществляется при изменении компонент цели хотя бы в одном кластере из всей совокупности кластеров.

При введении управлений для противоположностей описанное выше правило перехода системы в новое качество остается тем же, но при изменении в соответствующих формулах функций  $x_1(t), \dots, x_n(t)$  на функции  $x_1(t) + u_1(t), \dots, x_n(t) + u_n(t)$ .

Очевидно, что предлагаемое правило, описывающее непрерывные противоположности, можно легко адаптировать к дискретным значениям противоположностей, то есть, к случаю, когда значения противоположностей известны во временных точках.

В дискретном случае правило записывается следующим образом.

1. Так как система находится в настоящем качестве, то для нее описываются значения функции противоположностей  $x_1(t_l), \dots, x_n(t_l)$ ,  $t_l > t_{l-1}$ ,  $l = \bar{1}, \bar{L}$ ,  $t_0 = 0$  в конкретных временных точках и известен вектор  $\bar{A} = (a_1, \dots, a_n)$ ,  $a_i = const$ ,  $a_i \neq 0$ ,  $i = \bar{1}, \bar{n}$ .

2. Вычисляются компоненты  $s_i$  вектора

$$s_i = \frac{\sum_{l=1}^L (t_l - t_{l-1}) x_i(t_l)}{T_L}.$$

Элементы вектора  $S = (s_1, \dots, s_n)$  нормируются, исходя из условий  $\sum_{i=1}^{n_2} s_i = -1$  для  $s_i < 0$  – на отрезке  $[-1, 0]$ , и  $\sum_{i=n_2+1}^n s_i = 1$  для  $s_i > 0$  – на отрезке  $[0, 1]$ , где  $n_2$  – количество отрицательных компонентов в векторе  $S$ .

3. Если справедливо соотношение  $|\sum_{i=1}^n (a_i - s_i)^2| \geq \varepsilon$ , то считаем, что система перешла в новое качество, и необходимо

заново определять векторы цели развития системы и численных значений функций противоположностей. При этом время  $T_L$  будет определять время перехода системы в новое качество.

Отметим, что начинать реализовывать дискретное правило можно со значения  $L = 1$ , а затем при последовательном получении величин  $x_1(t_{L+1}), \dots, x_n(t_{L+1})$  можно циклически использовать правило для выявления перехода системы в новое качество при каждом увеличенном на единицу значении  $L$ .

### Моделирование закона отрицания отрицания

Будем предполагать, что общий вектор цели  $\bar{A}$  для всех качеств системы имеет вид  $\bar{A} = (a_1, \dots, a_N)$ .

Пусть вектор цели  $A_1$  для первого качества системы имеет вид

$$A_1 = (a_1^{[1]}, \dots, a_{n_1}^{[1]}, 0, \dots, 0),$$

причем,  $n_1 < N$ .

Для второго качества системы вектор цели  $A_2$  имеет вид

$$A_2 = (0, \dots, 0, a_j^{[2]}, \dots, a_{n_1}^{[2]}, a_{n_1+1}^{[2]}, \dots, a_{n_2}^{[2]}, 0, \dots, 0)$$

и т. д., где верхний индекс, заключенный в квадратные скобки, определяет порядковый номер качества системы.

Таким образом, закон отрицания отрицания можно математически сформулировать следующим образом:

– При переходе системы из одного качественного состояния в другое качественное состояние отрицание отрицания характеризуется присутствием в векторе цели последующего качества системы некоторых элементов, присутствовавших в векторе состояний предыдущего качества, но с возможным изменением их численных значений. Под отрицанием предыдущего качества следует понимать появление новых отличных от нуля элементов в векторе цели нового качества системы.

Отметим, что на основе правила перехода количества в качество, описанного в предыдущем разделе, зная противоположности для каждого качественного состояния системы, можно вычислить численные значения элементов вектора цели для каждого качества,

а, значит, определить новые и повторяющиеся типы векторов цели качественного состояния системы, говорящие об отрицании и отрицании отрицания предыдущих качеств новым качеством системы.

Для иллюстрации отсутствия проявления закона отрицания отрицания для конкретных форм движения можно использовать функцию цикличности (2), как это сделано в примере на рис. 3.

### Заключение

Таким образом, в настоящей статье предложены математические модели, описывающие философские законы Гегеля. Эти модели могут применяться при численном анализе диалектических процессов, проходящих в некоем виртуальном мире, например мире цифровых двойников человека. Описанные в статье модели можно использовать при создании компьютерных игр, сценарии которых учитывают, в числе прочего, смену общественно-экономических формаций.

Предложенные в статье математические модели, несомненно, могут быть усовершенствованы, усложнены и доработаны с целью более адекватного описания реального мира. Но на наш взгляд, явные закономерности окружающей нас реальности, например изменение качественного состояния политических и экономических процессов, уже сейчас можно описать с помощью предложенных математических моделей виртуального мира, а результаты исследований по управлению противоположностями можно применять при управлении человеческим социумом, вплоть до оценки близости реального вектора развития к запланированному.

### Список литературы

1. Пенский О.Г., Шарапов Ю.А., Ощепкова Н.В. Математические модели роботов с неабсолютной памятью и приложения моделей: монография. Пермь: Перм. гос. нац. исслед. ун-т, 2018. 319 с.
2. URL: <http://www.greatphilosophy.ru/philgs-795-1.html> (дата обращения: 8.03.2019).
3. URL: <http://truesite.ru/literatura/kritika-zakonov-dialekticheskogo-materializma/> (дата обращения: 22.08.2013).
4. Пенский О.Г. Общие математические модели законов диалектики // Вестник Пермского университета. Математика.

- Механика. Информатика. 2013. Вып. 4 (23). С. 55–58.
5. Пенский О.Г., Черников К.В. Основы математической теории эмоциональных роботов: монография. Пермь: Пермский госуниверситет, 2010. 256 с.
6. Пенский О.Г., Яковлев В.И. Рейтинг успеваемости студентов как способ улучшения качества образования в высших учебных заведениях // Качество. Инновации. Образование. М., 2010. № 6. С. 15–21.
7. Грешилов А.А., Белова Т.И. Аналитическая геометрия. Векторная алгебра. Кривые второго порядка: компьютерный курс. М.: Логос, 2004. 125 с.
8. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. Краткий курс. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. Т. 1. 400 с.

## Mathematical models of the dialectics of the virtual world

**O. G. Pensky**

Perm State University; 15, Bukireva st., Perm, 614990, Russia

Perm State Agro-Technological University named after Academician D.N. Pryanishnikov

23, ul. Petropavlovskaya, Perm, 614990, Russia

ogpensky@mail.ru; 8-342-239-63-09

Mathematical models describing the dialectical movement, the laws of Hegel's dialectics – the transition of quantity into quality, the unity and struggle of opposites, and the negation of negation are proposed. An example of using models to describe the dialectic of one of the problems of classical mechanics is given. The properties of controls dialectical opposites are described.

**Keywords:** *mathematical modeling; dialectic; Hegel; classical mechanics; digital twins; virtual world.*